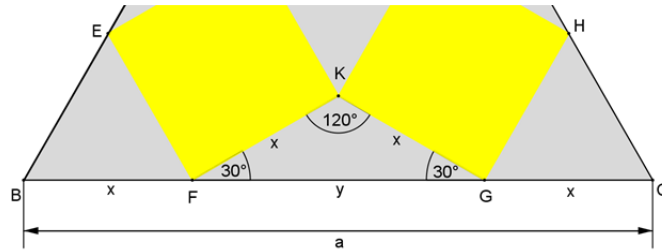


Lösung zu Aufgabe 18: Drei Quadrate im Dreieck

Die kleinen Dreiecke $\triangle BEF$, $\triangle CGH$, $\triangle ADI$ und $\triangle JKL$ sind ebenfalls gleichseitig mit Seitenlänge x . Sei $\overline{FG} = \overline{HI} = \overline{DE} = y$.



Zunächst liegt der Fokus auf dem Dreieck $\triangle FGK$:

Der Winkel $\angle GFK = 180^\circ - (\angle EFB + \angle KFE) = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$ ist gleich dem Winkel $\angle KGF$.

Der Winkel $\angle FKG$ lässt sich über die Winkelsumme im Dreieck berechnen:

$$\angle FKG = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ.$$

Der Sinussatz angewandt im Dreieck $\triangle GFK$ liefert $\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{y}{\sin 120^\circ}$, was wiederum zu $y = \sqrt{3}x$ führt.

Die Seite a des großen Dreiecks setzt sich aus $a = 2x + y$ zusammen. Ersetzt man nun y , so ergibt sich $a = 2x + \sqrt{3}x = (2 + \sqrt{3})x$, was nach x umgeformt zur Lösung führt:

$$x = \frac{a}{2 + \sqrt{3}} = \frac{a \cdot (2 - \sqrt{3})}{4 - 3} = (2 - \sqrt{3})a$$