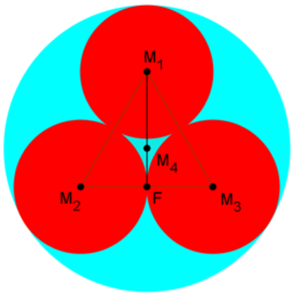
Lösung zu Aufgabe 17: Drei Kreise im Kreis

Das Dreieck $\triangle M_1M_2M_3$ ist gleichseitig. M_4 ist sein „Mittelpunkt“, in dem Schwerpunkt, Inkreismittelpunkt, Umkreismittelpunkt und Höhenschnittpunkt zusammenfallen.



Als Schwerpunkt teilt M_4 die Strecke FM_1 im Verhältnis $1:2$, wodurch $\overline{M_4M_1} = \frac{2}{3} \cdot \overline{FM_1}$.

$\overline{FM_1}$ lässt sich dank Pythagoras im Dreieck $\triangle FM_1M_3$ berechnen: $\overline{FM_1} = \sqrt{3}r_1$.

Der große Radius ist $r_2 = \overline{M_4M_1} + r_1 = \frac{2}{3} \cdot \overline{FM_1} + r_1 = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}r_1 + r_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3} r_1$.

Das bedeutet, dass $r_1 = \frac{3}{3+2\sqrt{3}} r_2 = \frac{3 \cdot \left(3-2\sqrt{3}\right)}{9-12} r_2 = \left(2\sqrt{3}-3\right) r_2$.