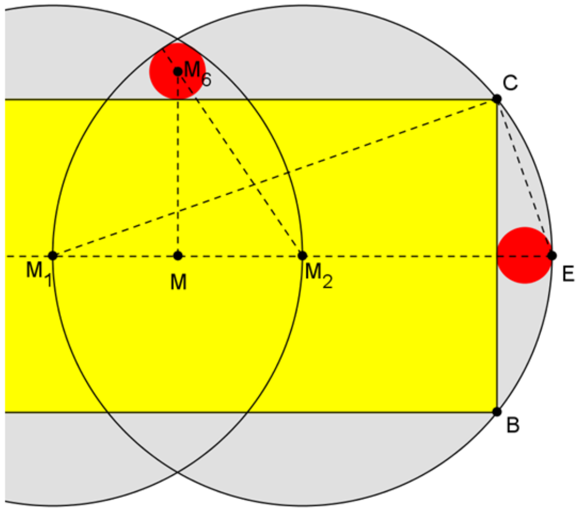
Lösung zu Aufgabe 12: Ein Rechteck und vier Kreise in zwei Kreisen



Der Kathetensatz im Dreieck $\triangle M_1EC$ besagt dass $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = (2r_1 - 2r_2)\cdot 2r_2$, was sich zu

$a^2 = 16r_2(r_1 - r_2)$ umformen lässt.

Im Dreieck $\triangle MM_2M_6$ gilt laut Lehrsatz des Pythagoras $(r_1 - r_2)^2 = \left(\frac{r_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + r_2\right)^2$, was sich

wiederum zu $3r_1^2 - 8r_1r_2 - a^2 - 4ar_2 = 0$ umformen lässt.

Ersetzt man hier nun $a^2 = 16r_2(r_1 - r_2)$, so wird daraus

$$3r_1^2 - 8r_1r_2 - 16r_2(r_1 - r_2) - 4r_2\sqrt{16r_2(r_1 - r_2)} = 0\,.$$

Diese Gleichung wird nach Umformung zu

$$3r_1^2 - 24r_1r_2 + 16r_2^2 = 16r_2\sqrt{r_2(r_1 - r_2)}\,.$$

Quadrieren und weitere Umformung führt zur gesuchten Gleichung:

$$9r_1^4 - 144r_1^3r_2 + 672r_1^2r_2^2 - 1024r_1r_2^3 + 512r_2^4 = 0$$

Eine numerische Lösung der Gleichung könnte nun z.B. mit Hilfe eines Computeralgebrasystems ermittelt werden: $r_2 \approx 9{,}082216836r_1$