Lösung zu Aufgabe 11: Viele Kreise in zwei Rechtecken

Es gilt die diophantische Gleichung $75n-91m=5$ zu lösen.

Die homogene Gleichung ist $75n-91m=0$ bzw. $75n=91m$. Da 75 und 91 teilerfremd sind, lauten die Lösungen der homogenen Gleichung $m_h=75k$ und $n_h=91k$ für $k\in\mathbb{Z}$.

Nun gilt es, mithilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus eine partikuläre Lösung der inhomogenen Gleichung zu finden.

$91=1\cdot 75+16$

$75=4\cdot 16+11$

$16=1\cdot 11+5$

$11=2\cdot 5+1$

$5=5\cdot 1+0$

Es folgt $1=11-2\cdot 5=11-2(16-11)=3\cdot 11-2\cdot 16=3\cdot(75-4\cdot 16)-2\cdot 16=3\cdot 75-14\cdot 16=$

$=3\cdot 75-14\cdot(91-75)=17\cdot 75-14\cdot 91$

Die Gleichung $17\cdot 75-14\cdot 91=1$ multipliziert mit 5 führt zu $85\cdot 75-70\cdot 91=5$, was wiederum bedeutet, dass $m_p=70$ und $n_p=85$ eine partikuläre Lösung der Gleichung ist.

Alle Lösungen findet man durch Summieren der homogenen mit der partikulären Lösung:

$m=75k+70$, $n=91k+85$ wobei $k\in\mathbb{N}$, da $m,n>0$.