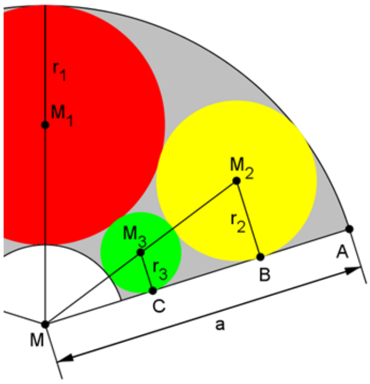
Lösung zu Aufgabe 7: Kreise im Kreissektor

Wie in der Abbildung ersichtlich ist, gilt $2r_1 = 2r_2 + 2r_3$. Daraus ergibt sich $r_3 = r_1 - r_2$



Aus den ähnlichen Dreiecken $\triangle MBM_2$ und $\triangle MCM_3$ erhält man

$$r_2 : r_3 = (a - r_2) : (a - 2r_2 - r_3)$$

Ersetzt man nun $r_3 = r_1 - r_2$, so ergibt sich

$$r_2 : (r_1 - r_2) = (a - r_2) : (a - 2r_2 - (r_1 - r_2))$$

$$r_2 \cdot (a - r_1 - r_2) = (r_1 - r_2) \cdot (a - r_2)$$

$$ar_2 - r_1 r_2 - r_2^2 = ar_1 - ar_2 - r_1 r_2 + r_2^2$$

$$2r_2^2 - 2ar_2 + ar_1 = 0$$

$$r_2 = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 8ar_1}}{4} = \frac{1}{2}\left(a \pm \sqrt{a^2 - 2ar_1}\right)$$

Da aber $2r_2 < a$ bzw. $r_2 < \dfrac{a}{2}$ gilt, ist nur $r_2 = \dfrac{1}{2}\left(a - \sqrt{a^2 - 2ar_1}\right)$ eine gültige Lösung.